Cuestionario

Respuestas

1) Una inecuación o desigualdad con una variable (incógnita) es un enunciado en que se presentan dos expresiones, al menos una con la variable y entre ellas uno de los símbolos de desigualdad.

Si en una ecuación sustituímos el signo de igualdad por el de desigualdad se tiene una inecuación.

Nota: Desigualdad en la variable es lo mismo que inecuación.

Es frecuente omitir la expresión “en la variable” quedando claro que se tiene una desigualdad en la variable.

2) **Una solución** de una inecuación es un valor de la variable que hace que la desigualdad sea un enunciado verdadero.

De manera equivalente: Si al sustituir la variable por un número a se obtiene una enunciado verdadera entonces a es solución de la desigualdad.

El conjunto solución es el conjunto de todas las soluciones de una desigualdad.

Resolver una inecuación es encontrar el conjunto solución. Es el proceso en que se encuentra todas las soluciones de la inecuación.

3) Para verificar que un número es solución se sustituye la variable por el número, el número es solución si y sólo si el enunciado resultante es es verdadero

Ejemplo

$$x^2 < 2x + 5$$

2 es solución pues al sustituir x por 2 se obtiene un enunciado verdadero $2^2 < 2 \cdot 2 + 5$ $4 < 9$ verdadero	4 no es solución pues al sustituir x por 4 se obtiene un enunciado falso $4^2 < 2 \cdot 4 + 5$ $16 < 13$ falso

4) En general, las inecuaciones tienen infinitas soluciones. Los conjuntos solución más frecuentes son intervalos o uniones de intervalos. Por ejemplo $x>0$ tiene infinitas soluciones, entre las que están los números naturales.

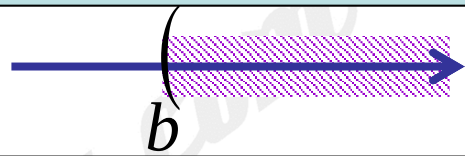
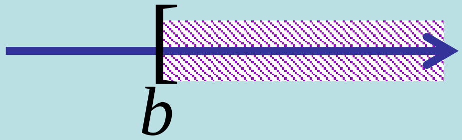
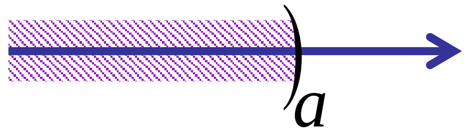
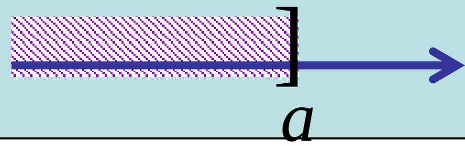
Sin embargo, hay otros tipos de conjunto solución.

$(x-1)^2 < 0$ No tiene solución. Decimos que el conjunto solución es vacio y lo denomtamos por $\varnothing$ Una cantidad al cuadrado es positiva o igual a cero, nunca negativa

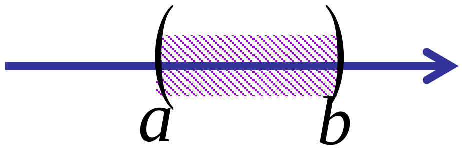
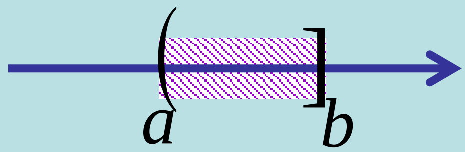
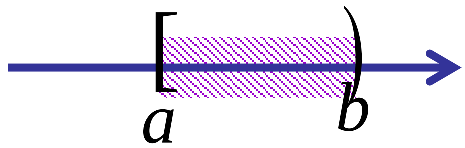
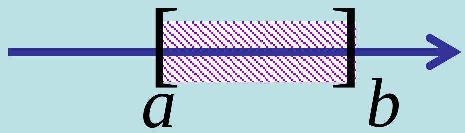
$(x-1)^2 \leq 0$ Tiene una única solución: 1. Observe que el lado izquierdo es una cantidad positiva salvo en 1 que es cero.

5) Las desigualdades dobles del tipo $a<x<b$ se usan para abreviar que x está entre a y b

6)

Intervalos infinitos	**Desigualdad**	**Gráfica**
$(-\infty,\infty)$	$-\infty < x < \infty$	
(b,∞)	$x > b$	
$[b,\infty)$	$x \geq b$	
$(-\infty,a)$	$x < a$	
$(-\infty,a]$	$x \leq a$	

Intervalos finitos

(a,b) Intervalo abierto	$a < x < b$	
$(a,b]$ Intervalo semiabierto	$a < x \leq b$	
$[a,b)$ Intervalo semiabierto	$a \leq x < b$	
$[a,b]$ Intervalo cerrado	$a \leq x \leq b$	

7) Dos desigualdades son equivalentes si tienen las mismas soluciones

8) Ir haciendo transformaciones a la inecuación que produzcan inecuaciones equivalente hasta obtener una con solución evidente o que sepamos resolver.

9) **Leyes que conservar el sentido de la desigualdad**

Ley aditiva o de la suma

$$\text{Si } a<b \Rightarrow a+c<b+c \ \ y \ \ a-c<b-c$$

Si se suma o se resta una misma cantidad a ambos miembros de una desigualdad el sentido de la desigualdad resultante es el mismo.

Ley de la multiplicación por un factor positivo

$$\text{Si } a<b \text{ y } c>0 \Rightarrow ac<bc \ \ y \ \ \frac{a}{\mathrm{c}}<\frac{b}{c}$$

El sentido de la desigualdad no cambia si se multiplica o divide ambos lados de una desigualdad por una misma cantidad positiva

10) **Leyes que invierten el sentido de la desigualdad**

Ley de la multiplicación por un factor negativo

$$\text{Si } a<b \text{ y } c<0 \Rightarrow ac>bc \ \ y \ \ \frac{a}{\mathrm{c}}>\frac{b}{c}$$

Ejemplo

$$-3<5 \Rightarrow -3\cdot(-2)>5\cdot(-2) \quad \text{y} \quad \frac{-3}{-2}>\frac{5}{-2}$$

Propiedades similares se tienen para los otros símbolos de desigualdad

11)Como la variable representa un número podemos aplicar las propiedades de las desigualdades. Siempre podremos en una desigualdad sumar o restar una expresión en la variable.

Sin embargo, cuando se aplique la propiedad de la multiplicación con una factor que contenga la variable se debe garantizar que la expresión es siempre positiva o siempre negativa. Por ejemplo, la expresión x^2+1 es siempre positiva, podemos multiplicar ambos miembros de una desigualdad por esta expresión y se obtendrá una desigualdad equivalente con el mismo sentido.

12) Podemos abreviar el paso de sumar una misma expresión a ambos lados de una desigualdad

$$3x < 2x - 3$$

2x está sumando en el lado derecho

$$3x-2x < 2x-3-2x$$

En el miembro derecho reducimos términos semejantes

$$3x-2x < -3$$

$2x$ quedó restando en el otro miembro

Podemos ir de la primera a la última desigualdad, diciendo que si un término está sumando pasa restando. También podemos verificar que si está restando pasa sumando al otro miembro

12) Continuación. Sin embargo, cuando se tiene una cantidad que está multiplicando hay que considerar el signo. Si la cantidad es positiva podemos ir de la primera a la tercera linea

$$2x < 4$$

2 está multiplicando en el lado izquierdo

$$\frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$$

Dividimos ambos miembros por 2 y el sentido de la desigualdad no cambia

$$x < \frac{4}{2}$$

2 quedó dividiendo en el otro miembro

Podemos hacer un análisis similar si la cantidad está dividiendo. Vemos entonces que si la cantidad es positiva podemos ir de la primera a la tercera linea diciendo que si una cantidad *positiva* está *multiplicando* (dividiendo) pasa al otro lado *dividiendo* (multiplicando) y el sentido de la desigualdad *no cambia*.

Si la cantidad es negativa y está *multiplicando* (dividiendo) podemos verificar que podemos pasarla al otro miembro *dividiendo* (multiplicando) y el sentido de la desigualdad *se invierte*.

13) No podemos, a menos que la expresión tenga un solo signo. Si la expresión contiene la variable, muchas veces la expresión toma valores negativos para algunos valores de x y para otros valores de x toma valores positivos.

Ejemplo

$$\frac{x}{x+1} < 4$$

No podemos pasar x+1 multiplicando

Pues algunos valores de la variable la expresión es negativa y para otros es positivo

$$\frac{5}{x^2+1} < x$$

Podemos pasar x^2+1 multiplicando pues ella siempre es positiva