

Problemas resueltos

Despejar la variable indicada

$$a) \ln(xy) - \ln(x + 1) = \ln 2, \quad x$$

$$b) y = \frac{Ae^{\alpha t}}{B + Ce^{\alpha t}}, \quad t$$

Despejar la variable indicada

$$a) \ln(xy) - \ln(x + 1) = \ln 2, \quad x$$

Solución

Se intenta llevar a la forma $\ln(*) = \ln(**)$

En el lado derecho ya es un logaritmo.

Falta el lado izquierdo. Aplicamos la propiedad del logaritmo de un cociente $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$$\ln(xy) - \ln(x + 1) = \ln 2,$$

$$\ln\left(\frac{xy}{x + 1}\right) = \ln 2$$

$$\ln(xy) - \ln(x + 1) = \ln 2$$

$$\ln\left(\frac{xy}{x + y}\right) = \ln 2$$

$$\frac{xy}{x + y} = 2$$

$$xy = 2(x + y)$$

$$xy = 2x + 2y$$

$$xy - 2x = 2y$$

$$x(y - 2) = 2y$$

$$x = \frac{2y}{y - 2}$$

Llevarla a la forma

$$\ln(*) = \ln(**)$$

Dos logaritmos, con la misma base, son iguales si sus argumentos son iguales

Quedó una ecuación fraccionaria, multiplicar ambos lados por el mcm de los denominadores

Se tiene una ecuación lineal, primero eliminar paréntesis

Agrupar los términos con x de una lado

Sacar factor común x

Pasar dividiendo el factor x

Despejar t en $y = \frac{Ae^{\alpha t}}{B+Ce^{\alpha t}}$

Solución

Se intenta, usando propiedades y simplificaciones, que aparezca en la ecuación una sola vez $e^{\alpha t}$

1) Dividimos numerador y denominador por $e^{\alpha t}$

$$y = \frac{\frac{Ae^{\alpha t}}{e^{\alpha t}}}{\frac{B + Ce^{\alpha t}}{e^{\alpha t}}}$$

Se simplifica

2) Se despeja la expresión exponencial.

3) Toma la operación inversa en ambos lados y se simplifica.

4) Se despeja t en la ecuación resultante.

$$\text{Despejar } t \text{ en } y = \frac{Ae^{\alpha t}}{B + Ce^{\alpha t}}$$

Solución

$$y = \frac{Ae^{\alpha t}}{B + Ce^{\alpha t}}$$

Dividimos numerador y denominador por $e^{\alpha t}$

$$y = \frac{\frac{Ae^{\alpha t}}{e^{\alpha t}}}{\frac{B + Ce^{\alpha t}}{e^{\alpha t}}}$$

Simplificamos

$$y = \frac{A}{\frac{B}{e^{\alpha t}} + \frac{Ce^{\alpha t}}{e^{\alpha t}}}$$

$$y = \frac{A}{Be^{-\alpha t} + C}$$

Quedó una sola t
Despejamos la expresión exponencial

$$Be^{-\alpha t} + C = \frac{A}{y}$$

$$e^{-\alpha t} = \frac{A - Cy}{yB}$$

Aplicamos logaritmo a ambos lados

$$\ln(e^{-\alpha t}) = \ln\left(\frac{A - Cy}{yB}\right)$$

Simplificamos

$$-\alpha t = \ln\left(\frac{A - Cy}{yB}\right)$$

Despejamos t

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{A - Cy}{yB}\right)}{\alpha}$$