Enunciados de algunas propiedades

MatematicaTuya.com

Copyright 2014, MatematicaTuya
Derechos reservados

$\lim\limits_{x\to a} b = b$	Límite de la función constante
$\lim\limits_{x\to a} x = c$	Límite de la función identidad

Si f y g son funciones que tienen límites en a entonces los límites de las funciones suma, diferencia, cociente... existen en a y

$\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\pm g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\pm\lim\limits_{x\to a} g(x)$ *Límite de una suma es la suma de los límites*	Ley de suma o una diferencia
$\lim\limits_{x\to a}\left(cf(x)\right)=c\lim\limits_{x\to a} f(x)$	Ley del múltiplo constante
$\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to a} g(x)$	Ley del producto
$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$, siempre y cuando $\lim\limits_{x\to a} g(x)\neq 0$	Ley del cociente
$\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\right)^n=\left(\lim\limits_{x\to a} f(x)\right)^n$, para n entero	Ley de la potencia
$\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$, si n es par se garantiza la propiedad si $\lim\limits_{x\to a} f(x)>0$	Ley de la raíz

Copyright 2014, MatematicaTuya
Derechos reservados

TEOREMA Límite de una función polinómica

Si p es una función polinómica entonces

$$\lim_{x\to a} p(x) = p(a)$$

Vale la sustitución directa

EJEMPLO Calcular $\lim_{x\to 2}\left(x^4 - 2x^2 + x\right)$

SOLUCIÓN Debido a que $p(x) = x^4 - 2x^2 + x$

es una función polinómica aplicamos el teorema para calcular de una vez el límite

$$\lim_{x\to 2}\left(x^4 - 2x^2 + x\right) = 2^4 - 2\cdot 2^2 + 2 = 10$$

fieaTuya.com

Demostración

$$\lim_{x\to a}\left(c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_1 x + c_0\right)$$

Límite de una suma

$$= \lim_{x\to a}\left(c_n x^n\right) + \lim_{x\to a}\left(c_{n-1}x^{n-1}\right) + \ldots + \lim_{x\to a}\left(c_1 x\right) + \lim_{x\to a} c_0$$

Ley del múltiplo constante y de la constante

$$= c_n \lim_{x\to a} x^n + c_{n-1}\lim_{x\to a} x^{n-1} + \ldots + c_1 \lim_{x\to a} x + c_0$$

Ley de la potencia y límite de la identidad

$$= c_n\left(\lim_{x\to a} x\right)^n + c_{n-1}\left(\lim_{x\to a} x\right)^{n-1} + \ldots + c_1 a + c_0$$

Límite de la identidad

$$= c_n(a)^n + c_{n-1}(a)^{n-1} + \ldots + c_1 a + c_0 = c_n a^n + c_{n-1}a^{n-1} + \ldots + c_1 a + c_0$$

Recuerda que una función racional es una función que puede ser expresada como el cociente de polinomios

TEOREMA Límite de una función racional

Si $r(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ es una función racional y $q(a)\neq 0$

entonces $\lim\limits_{x\to a} r(x)=r(a)$

Vale la sustitución directa, en el caso que $q(a)\neq 0$

EJEMPLO Calcular $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-5x}{x^2+1}$

SOLUCIÓN Debido a que $r(x)=\dfrac{x^3-5x}{x^2+1}$

es una función racional y $3^2+1\neq 0$

El denominador no se anula en 3

Entonces

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-5x}{x^2+1}=\frac{3^3-5\cdot 3}{3^2+1}=\frac{-6}{10}=-\frac{3}{5}$$

Demostración Como $q(a)\neq 0$ podemos aplicar la ley del cociente

$$\lim_{x\to a} r(x)=\frac{\lim\limits_{x\to a} p(x)}{\lim\limits_{x\to a} q(x)}$$

Límites de polinomios

$$=\frac{p(a)}{q(a)}=r(a)$$