$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{-3\sqrt{x-2}+x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{x+2\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{2}-\sqrt{x-3}}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Al sustituir x por 0, se obtiene 0/0.
Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}}{***} \overset{0/0}{=}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$$

$$\overset{0/0}{=} \lim_{x \to 0} \frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}{x\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}$$

Se multiplica numerador y denominador por la conjugada del numerador

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\left(\sqrt{x+2}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{x\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}$$

Se desarrolla el producto de una suma por su diferencia

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x+2-2}{x\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}$$

Se cancela

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}$$

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{0+2}+\sqrt{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Al sustituir x por 0, se obtiene 0/0. Se tiene una forma indeterminada

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{-3\sqrt{x-2}+x}$$

$$\text{lím}\ \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}}{***}\overset{0/0}{=}$$

$$\overset{0/0}{=}\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3\sqrt{x-2}}$$

Por conveniencia: Se aplicó la propiedad conmutativa en el denominador

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{\left(x-3\sqrt{x-2}\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}$$

Se multiplica numerador y denominador por la conjugada del denominador

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{(x)^2-\left(3\sqrt{x-2}\right)^2}$$

Se desarrolla el producto de una suma por su diferencia

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x^2-3^2\left(\sqrt{x-2}\right)^2}$$

Se aplicó la potencia de un producto

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x^2-3^2(x-2)}$$

Hasta que no simplifiquemos, el límite seguirá siendo una forma indeterminada

x^2-3^2 no es un factor en el denominador

Buscamos factorizar numerador y denominador…

… continua

Continuación

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{-3\sqrt{x-2}+x}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3\sqrt{x-2}}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{\left(x-3\sqrt{x-2}\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x^2-3^2\left(\sqrt{x-2}\right)^2}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left(x^2-9\right)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x^2-3^2\left(x-2\right)}$$

Se factoriza el numerador y se lleva a la forma general el denominador

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x^2-9x+18}$$

Se factoriza el denominador

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{\cancel{(x-3)}(x-6)}$$

Se cancela

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x+3)\left(x+3\sqrt{x-2}\right)}{x-6}$$

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$=\frac{(3+3)\left(3+3\sqrt{3-2}\right)}{3-6}=-12$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x+2\sqrt{x}}$$

Al sustituir x por 0, se obtiene 0/0. Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}}{***} \overset{0/0}{=}$$

Podemos aplicar conjugada

$$\overset{0/0}{=}\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

Pero tambien podemos factorizar el denominador

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^{1}}{x^{1/2}\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

Cancelar o simplificar el factor que hace 0 el numerador y denominador

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^{1/2}}{\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$=\frac{\sqrt{0}}{\left(\sqrt{0}+2\right)}=0$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{2}-\sqrt{x-3}}$$

Al sustituir x por 0, se obtiene 0/0.
Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}}{***} \overset{0/0}{=}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se multiplica numerador y denominador por la conjugadas del numerador y del denominador

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}-\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se asocian las conjugadas

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}\right)^2-2^2\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{x-3}\right)^2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se desarrollan los productos de una suma por su diferencia

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(x-1-4\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(2-\left(x-3\right)\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se busca cancelar *factores idénticos* del numerador y denominador que se hagan 0 en x=5

Continúa

Continuación

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{2}-\sqrt{x-3}}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}-\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}\right)^2-2^2\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{x-3}\right)^2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(x-1-4\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(2-\left(x-3\right)\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se simplifican los primeros factores del numerador y denominador

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(x-5\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(2-x+3\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(x-5\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(5-x\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Los factores (x-5) y (5-x) no son idénticos…se buscan factores idénticos

Continúa

Continuación

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{2}-\sqrt{x-3}}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}-2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}-\sqrt{x-3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x-1}\right)^2-2^2\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{x-3}\right)^2\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{(x-1-4)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{(2-(x-3))\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{(x-5)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{(5-x)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se factoriza -1 en el denominador

$$=\lim_{x\to 5}\frac{(x-5)\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{-(-5+x)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Se cancelan los factores idénticos

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\cancel{(x-5)}\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{-\cancel{(-5+x)}\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$$

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$=\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{x-3}\right)}{-\left(\sqrt{x-1}+2\right)}=-\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5-3}\right)}{\left(\sqrt{5-1}+2\right)}=-\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$