

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{-3\sqrt{x-2} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + 2\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{x-3}}$$

PROBLEMAS
RESUELTOS

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{2})(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{2})^2}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{0+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Al sustituir x por 0 , se obtiene $0/0$.

Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}^{0/0}}{***} =$$

Se multiplica numerador y denominador por la conjugada del numerador

Se desarrolla el producto de una suma por su diferencia

Se cancela

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{-3\sqrt{x-2} + x}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3\sqrt{x-2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{(x - 3\sqrt{x-2})(x + 3\sqrt{x-2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{(x)^2 - (3\sqrt{x-2})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{x^2 - 3^2(\sqrt{x-2})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{x^2 - 3^2(x-2)}$$

Al sustituir x por 0 , se obtiene $0/0$.
Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}^{0/0}}{***} =$$

Por conveniencia: Se aplicó la propiedad conmutativa en el denominador

Se multiplica numerador y denominador por la conjugada del denominador

Se desarrolla el producto de una suma por su diferencia

Se aplicó la potencia de un producto

Hasta que no simplifiquemos, el límite seguirá siendo una forma indeterminada

$x^2 - 3^2$ no es un factor en el denominador

... continua

Buscamos factorizar numerador y denominador...

Continuación

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{-3\sqrt{x-2} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3\sqrt{x-2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{(x - 3\sqrt{x-2})(x + 3\sqrt{x-2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{x^2 - 3^2(\sqrt{x-2})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(x + 3\sqrt{x-2})}{x^2 - 3^2(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(x+3\sqrt{x-2})}{x^2 - 9x + 18}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)(x+3\sqrt{x-2})}{\cancel{(x-3)}(x-6)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x+3\sqrt{x-2})}{x-6}$$

$$= \frac{(3+3)(3+3\sqrt{3-2})}{3-6} = -12$$

Se factoriza el numerador y se lleva a la forma general el denominador

Se factoriza el denominador

Se cancela

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + 2\sqrt{x}}$$

$$\stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^1}{x^{1/2}(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{1/2}}{(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{0}}{(\sqrt{0} + 2)} = 0$$

Al sustituir x por 0 , se obtiene $0/0$.
Se tiene una forma indeterminada

$$\lim \frac{\text{binomio con raíces cuadradas}^{0/0}}{***} =$$

Podemos aplicar conjugada

Pero tambien podemos factorizar el denominador

Cancelar o simplificar el factor que hace 0 el numerador y denominador

Podemos calcular el límite por sustitución directa

Al sustituir x por 0, se obtiene $0/0$.

Se tiene una forma indeterminada

\lim binomio con raíces cuadradas $\frac{0}{0} =$

Se multiplica
numerador y
denominador por la
conjugadas del
numerador y del
denominador

Se asocian las
conjugadas

Se desarrollan los
productos de una suma
por su diferencia

Se busca cancelar *factores idénticos* del numerador y denominador que se hagan 0 en $x=5$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{x-3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})(\sqrt{x-1} + 2)}{(\sqrt{2} - \sqrt{x-3})(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{((\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{x-1} + 2))(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{((\sqrt{2} - \sqrt{x-3})(\sqrt{2} + \sqrt{x-3}))(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{((\sqrt{x-1})^2 - 2^2)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{x-3})^2)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1-4)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(2 - (x-3))(\sqrt{x-1} + 2)}$$

Continúa

Continuación

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{x-3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})(\sqrt{x-1} + 2)}{(\sqrt{2} - \sqrt{x-3})(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{((\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{x-1} + 2))(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{((\sqrt{2} - \sqrt{x-3})(\sqrt{2} + \sqrt{x-3}))(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{((\sqrt{x-1})^2 - 2^2)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{x-3})^2)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1-4)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(2 - (x-3))(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(2-x+3)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(5-x)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

Se simplifican los primeros factores del numerador y denominador

Los factores (x-5) y (5-x) no son idénticos...se buscan factores idénticos

Continúa

Continuación

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{x-3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\left((\sqrt{x-1} - 2)(\sqrt{x-1} + 2) \right) (\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{\left((\sqrt{2} - \sqrt{x-3})(\sqrt{2} + \sqrt{x-3}) \right) (\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\left((\sqrt{x-1})^2 - 2^2 \right) (\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{\left((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{x-3})^2 \right) (\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1-4)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(2 - (x-3))(\sqrt{x-1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(5-x)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

Se factoriza -1 en el denominador

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{-(-5+x)(\sqrt{x-1} + 2)}$$

Se cancelan los factores idénticos

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\cancel{(x-5)}(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{-\cancel{(-5+x)}(\sqrt{x-1} + 2)}$$

Podemos calcular el límite por sustitución directa

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-1} + 2)} = - \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5-3})}{(\sqrt{5-1} + 2)} = - \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$