## Problemas resueltos

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

a) $d = V_0 + \frac{at^2}{2}$, $t$

$b)$ $P = EI - RI^2$, $I$

c) $y = P(1 + r)^2$, $r$

d) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $x$

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

a) $d = V_0 + \frac{at^2}{2}$, $\quad t$

$t$ representa el tiempo

**Solución**

Es una ecuación cuadrática en $t, incompleta$, falta el término de grado 1

$$d - V_0 = \frac{at^2}{2},$$

Despejar $t^2$

$$t^2 = \frac{2(d-V_0)}{a},$$

$$t = \pm\sqrt{\frac{2(d-V_0)}{a}}$$

Eliminar la solución negativa, pues $t$ es una variable que asume valores sólo positivos

$$\boxed{t = +\sqrt{\frac{2(d-V_0)}{a}}}$$

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

$$b)\ \ P = EI - RI^2, \qquad\qquad I$$

**Solución** Es una ecuación cuadrática en I, *completa*, usamos la fórmula cuadrática. Primero lo llevamos a la forma general, con 0 en una lado

$$RI^2 - EI + P = 0$$

Se aplica la fórmula cuadrática

$$I = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4RP}}{2R}$$

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

c) $y = P(1+r)^2,$ $\qquad$ *r, interés*

**Solución** Si desarrollamos, mentalmente, el producto notable podemos darnos cuenta que es una ecuación cuadrática en $r$, completa

Podemos despejar $(1+r)^2$, evitando aplicar la fórmula cuadrática

$$\frac{y}{P} = (1+r)^2$$

$r$ es positivo

$$1 + r = \pm\sqrt{\frac{y}{P}}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{y}{P}} - 1$$

Consideramos sólo el despeje en que $r$ puede ser positivo

$$\boxed{r = \sqrt{\frac{y}{P}} - 1}$$

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

d) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\quad x$

**Ideas para despejar**

Luego de algunas cuentas llegaremos a una ecuación cuadrática en $e^x$

Usaremos la fórmula cuadrática para obtener el despeje de $e^x$. Se tendrá en principio dos fórmulas. Como la exponencial solo toma valores positivo, descartaremos la fórmula en que $e^x$ resulte no positiva

Finalmente, tomaremos logaritmo natural en ambos miembros. Al simplificar obtendremos el despeje de $x$.

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

d) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\qquad x$

**Solución** Luego de algunas cuentas llegaremos a una ecuación cuadrática en $e^x$, equivalente

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2y = e^x - e^{-x}$$

$$2ye^x = e^x(e^x - e^{-x})$$

Multiplicar ambos miembros por $e^x$

$$2ye^x = e^{2x} - 1$$

Ecuación cuadrática en $e^{2x}$,
La llevamos a la forma general

$$e^{2x} - 2ye^x - 1 = 0$$

$$(e^x)^2 - 2ye^x - 1 = 0$$

Expresar la variable indicada en términos de las otras variables

d) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\quad x$

**Solución**

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2y = e^x - e^{-x}$$

$$2ye^x = e^x(e^x - e^{-x})$$

$$2ye^x = e^{2x} - 1$$

$$e^{2x} - 2ye^x - 1 = 0$$

$$(e^x)^2 - 2ye^x - 1 = 0$$

Aplicamos la fórmula cuadrática

$$e^x = \frac{2y \pm \sqrt{(2y)^2 + 4}}{2}$$

$$e^x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4}}{2}$$

$$e^x = y \pm \sqrt{y^2 + 1}$$

$\sqrt{y^2 + 1} > y.$

Eliminamos el despeje con $-$

$$e^x = y + \sqrt{y^2 + 1}$$

Tomamos ln en ambos miembros

$$\ln e^x = \ln\left(y + \sqrt{y^2 + 1}\right)$$

$$\boxed{x = \ln\left(y + \sqrt{y^2 + 1}\right)}$$